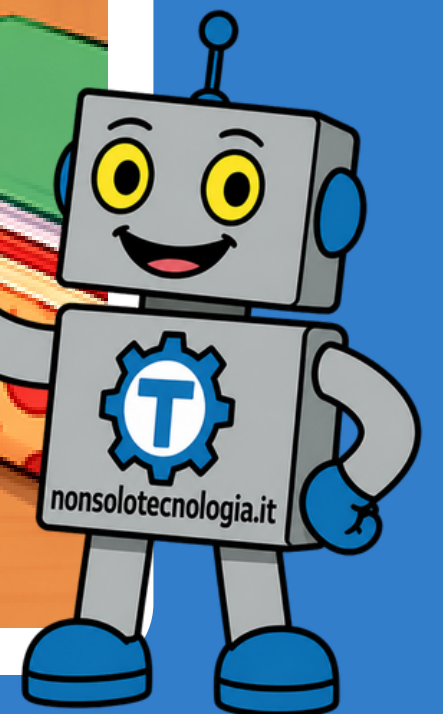




Cosa faremo...

1. Semplificare le frazioni

Impareremo a ridurre una frazione ai minimi termini e a riconoscere le frazioni equivalenti più semplici.

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

: 4

2. Denominatore assegnato e denominatore comune

Vedremo come trasformare una frazione in un'altra con denominatore assegnato e come trovare il minimo comune denominatore.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6}$$

m.c.m. = 12

3. Confrontare le frazioni

Impareremo a stabilire se una frazione è maggiore, minore o equivalente a un'altra, usando strategie semplici e sicure.

$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$


4. Risolvere esercizi e piccoli problemi

Metteremo in pratica tutto quello che abbiamo imparato con esercizi e semplici problemi della vita reale.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Un passo alla volta! ♥



Frazioni ridotte ai minimi termini

Definizione:

Una frazione si dice ridotta ai minimi termini (o irriducibile) quando il numeratore e il denominatore sono primi fra loro, cioè non hanno divisori comuni diversi da 1.

$$M.C.D. = 1$$

Esempio: $\frac{8}{15}$

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

Non hanno fattori primi in comune, quindi:

$$M.C.D. = 1$$



La frazione è ridotta
ai minimi termini!



Frazioni riducibili

Definizione:

Una frazione si dice riducibile quando numeratore e denominatore hanno almeno un divisore comune maggiore di 1.

$$M.C.D. > 1$$

Esempio: $\frac{24}{36}$

Scomponiamo numeratore e denominatore in fattori primi:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

Il M.C.D. è pari a: $2^2 \cdot 3 = 12$

$$M.C.D. > 1$$



La frazione è
riducibile!



Frazioni riducibili

Le frazioni riducibili possono essere “semplificate”, ossia trasformate in frazioni equivalenti con numeri più piccoli.

Perché conviene semplificarle?

Perché una frazione più semplice è più facile da leggere, confrontare e usare nei calcoli.

Per esempio:

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Stessa quantità, scrittura molto più semplice!!!



La semplificazione delle frazioni

Come possiamo semplificare una frazione?

Metodo 1: divisione per il M.C.D.

Abbiamo due metodi.

Il **primo metodo** che vi propongo, per coerenza con gli esempi fatti finora, è quello che prevede di dividere numeratore e denominatore per il loro **M.C.D.** (cosa possibile in virtù della proprietà invariante delle frazioni).

Esempio:

$$\frac{24}{36} \rightarrow M.C.D. (24, 36) = 12$$



**FRAZIONE
DI PARTENZA**

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3}$$

**FRAZIONE
RIDOTTA AI
MINIMI TERMINI**



La semplificazione delle frazioni

Metodo 2: divisioni successive

Il secondo metodo consiste nel dividere più volte numeratore e denominatore per uno stesso divisore comune, fino a ottenere una frazione irriducibile.

Tale procedura prende il nome di metodo delle divisioni successive.

Consideriamo la stessa frazione di prima:

$$\text{FRAZIONE DI PARTENZA } \frac{24}{36} = \frac{24 : 2}{36 : 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3} \text{ FRAZIONE RIDOTTA AI MINIMI TERMINI}$$



Trasformare una frazione in una equivalente di denominatore dato

Procedura:

Per trasformare una frazione in una frazione equivalente con denominatore assegnato:

1. ridurre, se necessario, la frazione ai minimi termini (verificando che il denominatore assegnato sia multiplo del denominatore ottenuto);
2. dividere il denominatore assegnato per il denominatore della frazione di partenza;
3. moltiplicare numeratore e denominatore per il quoziente ottenuto.

Vediamo due esempi...



Trasformare una frazione in una equivalente di denominatore dato

Esempio 1: frazione già ridotta ai minimi termini

Trasformare $\frac{3}{5}$ in una frazione equivalente con denominatore 20.

1

Verificare se la frazione è ridotta ai minimi termini:

$M.C.D.(3; 5) = 1 \rightarrow \frac{3}{5}$ è irriducibile.

2

Calcolare il fattore di trasformazione:

$$20 : 5 = 4$$

3

Moltiplicare numeratore e denominatore per 4:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$$



Trasformare una frazione in una equivalente di denominatore dato

Esempio 2: frazione riducibile

Trasformare $\frac{6}{8}$ in una frazione equivalente con denominatore 20.

1

Verificare se la frazione è ridotta ai minimi termini:

$$M.C.D. (6; 8) = 2 \rightarrow \frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

2

Calcolare il fattore di trasformazione:

$$20 : 4 = 5$$

3

Moltiplicare numeratore e denominatore per 5:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$$



Trasformare più frazioni allo stesso minimo comune denominatore

Consideriamo le seguenti frazioni: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ (già ridotte ai minimi termini).

Vogliamo trasformarle in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore!

Per fare ciò, dobbiamo scegliere un denominatore che sia multiplo di tutti i denominatori di partenza.

Poiché i multipli comuni sono infiniti, conviene scegliere il più piccolo possibile: il minimo comune multiplo dei denominatori.

Questo numero prende il nome di minimo comune denominatore (m.c.d.).

Nell'esempio considerato abbiamo:

$$m.c.m.(2; 3; 4) = 12 \longrightarrow m.c.d. = 12$$



Trasformare più frazioni allo stesso minimo comune denominatore

Le frazioni date saranno trasformate in frazioni equivalenti del tipo:

$$\frac{1}{2} = \frac{\dots}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\dots}{12}$$

Per completare la trasformazione di ogni frazione, è necessario dividere il m.c.d. per il denominatore della frazione e moltiplicare numeratore e denominatore per il quoziente ottenuto:

$$12 : 2 = 6 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$$

$$12 : 3 = 4 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$12 : 4 = 3 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$



Trasformare più frazioni allo stesso minimo comune denominatore

In definitiva, le frazioni date: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ vengono trasformate nelle seguenti: $\frac{6}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}$

Di seguito la procedura completa.

Procedura:

Per trasformare più frazioni allo stesso minimo comune denominatore (m.c.d.):

1. ridurre, se necessario, le frazioni ai minimi termini;
2. calcolare il minimo comune multiplo dei denominatori: questo sarà il m.c.d.;
3. dividere il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione;
4. moltiplicare il numeratore e il denominatore di ciascuna frazione per il quoziente ottenuto.



Confrontare le frazioni

Spesso capita di dover confrontare più frazioni. Vediamo i casi possibili (escludendo il caso di due frazioni equivalenti).

CASO 1: frazioni con lo stesso denominatore

Se due frazioni hanno lo stesso denominatore, la frazione maggiore è quella che ha il numeratore maggiore.

Esempio:

$$\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$$



Confrontare le frazioni

CASO 2: frazioni con lo stesso numeratore

Se due frazioni hanno lo stesso numeratore, la frazione maggiore è quella che ha il denominatore minore.

Esempio:

$$\frac{4}{3} > \frac{4}{7}$$

N.B.:

In questo caso particolare, sarebbe bastato osservare che la frazione $\frac{4}{7}$ è propria (quindi <1), mentre la frazione $\frac{4}{3}$ è impropria (quindi >1).



Confrontare le frazioni

CASO 3: frazioni con numeratore e denominatore diversi

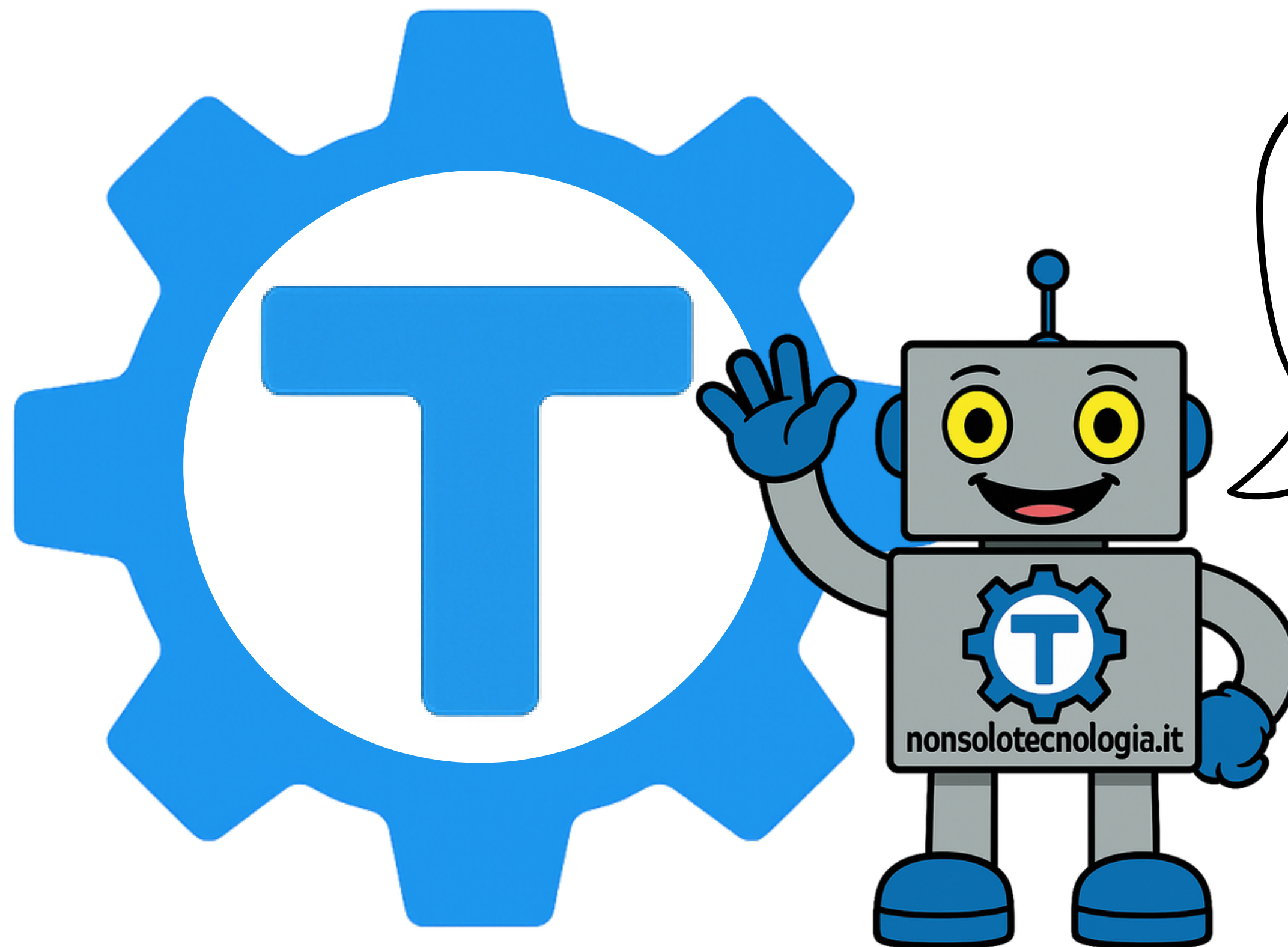
Per confrontare due frazioni con numeratore e denominatore diversi, è necessario:

- semplificare, se necessario, le frazioni;
- trasformarle in frazioni equivalenti con lo stesso minimo comune denominatore (m.c.d.);
- confrontare i numeratori.

A quel punto, è maggiore la frazione che ha il numeratore maggiore.

$$\text{Esempio: } \frac{2}{3}; \frac{3}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m.c.d. (3; 4) = 12 \\ 12 : 3 = 4 \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \\ 12 : 4 = 3 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$





**ARRIVEDERCI
ALLA PROSSIMA
LEZIONE**

